

## Autoaprendizaje de las matemáticas con nuevas tecnologías en los grados de carácter económico

Gloria Jarne \*  
María Trinidad Zabal \*  
Esperanza Minguillón \*\*

[gjarne@unizar.es](mailto:gjarne@unizar.es)  
[tzabal@unizar.es](mailto:tzabal@unizar.es)  
[esmin@unizar.es](mailto:esmin@unizar.es)

\* *Departamento de Análisis Económico, Facultad de Economía y Empresa, Universidad de Zaragoza. Gran Vía, 2, 50005–Zaragoza, España.*

\*\**Departamento de Análisis Económico, Facultad de Empresa y Gestión Pública, Universidad de Zaragoza. Plaza Constitución, s/n, 22001–Huesca, España.*

Recibido: 27 de julio de 2012  
Aceptado: 28 de noviembre de 2012

---

### Resumen

El objetivo de este artículo es presentar diferentes experiencias y materiales que hemos desarrollado en los últimos años para intentar resolver algunos de los problemas detectados en la docencia de las Matemáticas en estudios de carácter económico. El Espacio Europeo de Educación Superior potencia la utilización de nuevas metodologías en la labor docente, especialmente las que favorecen el aprendizaje autónomo del alumno. Por ello hemos elaborado diversos materiales que una vez presentados en distintas plataformas tecnológicas pretenden facilitar el estudio de las matemáticas de forma autónoma y servir de apoyo en la docencia e investigación de temas económicos que en mayor o menor medida utilicen herramientas cuantitativas y razonamiento deductivo. Estos materiales ya han sido utilizados en varias experiencias docentes con un resultado satisfactorio. Además, la estructura y metodología seguidas en dichas experiencias pueden servir de base para el desarrollo de actuaciones similares en otras áreas de conocimiento.

**Palabras clave:** aprendizaje por errores, aprendizaje autónomo, curso cero, economía, matemáticas, plataformas tecnológicas.

**Códigos JEL:** A20, C00

---

### 1. INTRODUCCIÓN

El desarrollo de la sociedad del conocimiento y la construcción del Espacio Europeo de Educación Superior (EEES) han requerido estructuras que posibiliten por un lado un amplio y sencillo acceso al conocimiento y por otro una capacitación personal crítica que favorezca la interpretación de la información, su aplicación práctica y la generación del propio conocimiento. Como consecuencia se ha producido un cambio en el modelo educativo caracterizado especialmente por estar centrado en el aprendizaje del alumno y orientado hacia la adquisición de competencias. Esto ha implicado una revisión en profundidad de los materiales de trabajo y de las metodologías docentes que habitualmente veníamos utilizando en las aulas.

Por otra parte, a lo largo de nuestra experiencia docente en la enseñanza de las matemáticas en estudios universitarios de carácter económico, nos hemos encontrado fundamentalmente con dos tipos de problemas:

- Distancia cada vez mayor del nivel de conocimientos matemáticos con el que los alumnos llegan a la universidad y el que necesitan al iniciar sus estudios universitarios.
- Dificultades en la superación de las asignaturas de Matemáticas en estos estudios.

Aprovechando el impulso que ha dado el EEES al aprendizaje autónomo del estudiante y al uso de las nuevas tecnologías en la labor docente, así como las nuevas habilidades tecnológicas de los alumnos que acceden a la universidad, hemos apostado por intentar resolver los problemas que acabamos de plantear presentando a los estudiantes materiales con los que puedan trabajar online de forma autónoma.

Además, estos materiales pueden servir de apoyo en la docencia e investigación de temas relacionados con el análisis económico en el que se hace uso directo de conocimientos e instrumentos matemáticos, por ejemplo en materias como Microeconomía, Macroeconomía, Econometría... y también en otras materias donde la utilización de las matemáticas puede no parecer tan directa, por ejemplo en Economía Pública.

Incluso la estructura y metodología utilizadas para presentar nuestros materiales pueden ser la base para crear cursos online referidos a otras materias más alejadas de las matemáticas, como por ejemplo Fiscalidad o Contabilidad, pero que comparten el objetivo de adquirir ciertas competencias como pueden ser la capacidad de aplicar los conocimientos teóricos a la práctica o la capacidad para la resolución de problemas.

Para desarrollar estas ideas las tres autoras constituimos en su momento un Grupo de Innovación reconocido por la Universidad de Zaragoza (Grupo de Innovación *Aragón Tres*) que ha participado en sucesivos proyectos convocados por la universidad bajo el nombre de "Acciones de Innovación y Mejora de la Docencia". Algunos de los resultados obtenidos en estos proyectos se presentan en este artículo que se estructura como sigue. En primer lugar, haremos un análisis más preciso de los dos problemas ya mencionados. En la tercera sección, describiremos detalladamente la solución propuesta para el primero. En la cuarta sección, presentaremos una actividad de aprendizaje con la que intentamos solucionar el segundo problema. Se finaliza con la exposición de la evaluación de los proyectos, las conclusiones obtenidas y con una relación de la bibliografía.

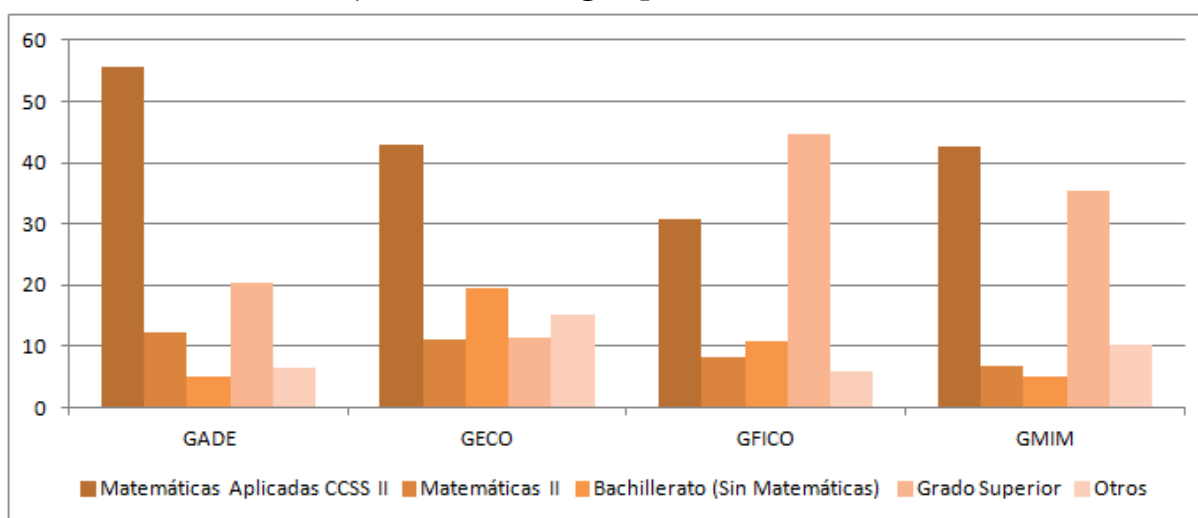
## 2. ANÁLISIS INICIAL

Durante los últimos años en nuestra labor docente en el campo de las matemáticas para la economía, hemos comprobado que el nivel de conocimientos matemáticos con el que muchos de los alumnos llegan a la universidad y el que necesitan al iniciar sus estudios universitarios se han ido distanciando con el tiempo lo que genera cada vez más problemas en el proceso de aprendizaje de los estudiantes y en la labor docente del profesorado. Esta situación radica no solamente en los nuevos contenidos que los estudiantes han de asimilar sino también en la dificultad que encuentran en el uso riguroso del lenguaje y del razonamiento matemático (Ortega y Ortega, 2002).

Esto es debido, en gran medida, a que las reformas de la enseñanza universitaria y las de las enseñanzas medias se han llevado a cabo sin la suficiente coordinación. Las profesoras componentes de este grupo somos especialmente sensibles y conocedoras de este distanciamiento debido a que impartimos asignaturas de matemáticas de primer curso y a que participamos en las Pruebas de Acceso a la Universidad, en la asignatura Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II.

Otra cuestión a tener en cuenta y que se muestra en el siguiente gráfico es la heterogeneidad existente en los estudios preuniversitarios de los estudiantes que se matriculan en los grados de carácter económico: Grado de Economía (GECO), Grado de Administración y Dirección de Empresas (GADE), Grado de Finanzas y Contabilidad (GFICO) y Grado en Marketing e Investigación de Mercados (GMIM).

**Gráfico 1. Porcentaje de alumnos según procedencia en el curso 2011-2012**

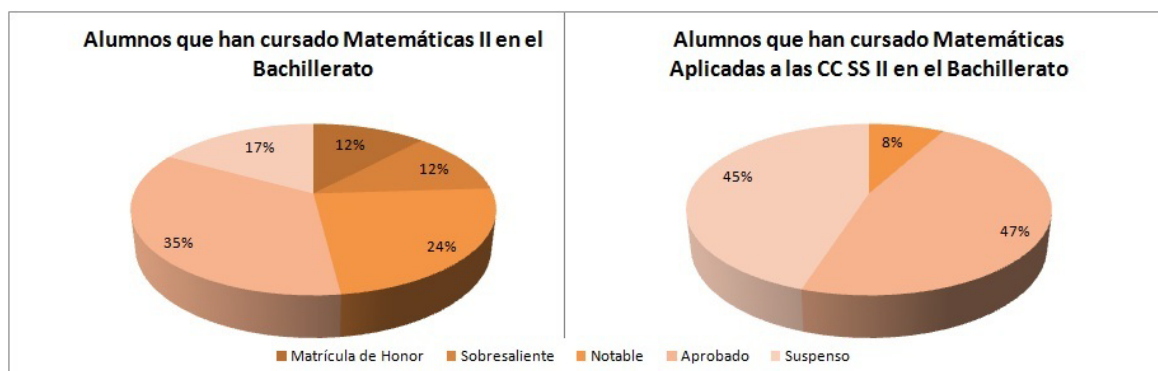


Fuente: Elaboración propia.

Se observa que los alumnos que acceden a estos grados no son homogéneos en cuanto a los estudios realizados, aunque, excepto en FICO, la mayoría de los alumnos acceden habiendo cursado alguna asignatura de matemáticas, que generalmente es Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II. Además, cabe señalar que en todos los grados hay estudiantes que no han cursado ninguna asignatura de matemáticas después de la Educación Secundaria Obligatoria.

Esta heterogeneidad está teniendo diversas consecuencias en la práctica docente. Por ejemplo, últimamente en algunos grupos, estamos observando la existencia de dos poblaciones de alumnos significativamente diferenciadas en cuanto a los resultados obtenidos en las asignaturas de Matemáticas. Un grupo reducido que obtiene excelentes resultados proveniente generalmente de bachilleratos con Matemáticas II y otro grupo al que le resulta más difícil superar las asignaturas, proveniente principalmente de algún Grado Superior o de bachilleratos donde no han cursado matemáticas.

Como ejemplo si únicamente consideramos los alumnos que han cursado alguna asignatura de matemáticas en segundo de Bachillerato se obtienen los siguientes gráficos correspondiente a los resultados obtenidos en la asignatura Matemáticas I en un grupo de GECO en el curso 2011-2012.

**Gráfico 2. Calificaciones obtenidas en la asignatura Matemáticas I de GECO**

Fuente: Elaboración propia.

Se observa que el porcentaje de alumnos que superan la asignatura es mayor en los estudiantes provenientes de Matemáticas II (83% frente a 55%) y además el 48% de ellos lo hacen con una calificación de notable o superior (frente al 8% entre los que han cursado Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II).

La falta de conocimientos y habilidades matemáticas de los alumnos que llegan a la universidad se resolvía tradicionalmente de forma puntual en clase o a través de las tutorías. Aunque esta práctica proporciona al alumno algunos conocimientos de los que carece, no lo dota de las habilidades matemáticas necesarias para continuar con éxito su formación universitaria.

Posteriormente, al aumentar el número de alumnos que mostraban estas carencias, surgieron los llamados “cursos cero o de nivelación”. Estos cursos, que tienen una gran demanda, se han ofertado de diferentes maneras: asignaturas regladas durante todo el curso, cursos intensivos antes del comienzo del curso académico, etc. Su objetivo es mejorar la posición con la que los nuevos estudiantes afrontan el comienzo de sus estudios universitarios. Sin embargo, es interesante señalar que estos cursos no tienen en cuenta suficientemente las características específicas de cada estudiante y además corresponden a una enseñanza presencial pudiendo generar problemas de ordenación docente.

También se han editado diferentes libros y manuales con el objeto de dar alguna solución al problema de falta de conocimientos matemáticos en los estudiantes que acceden a la universidad (Cámara *et al.*, 2005, García *et al.* (2007) y Tarzia (2000).

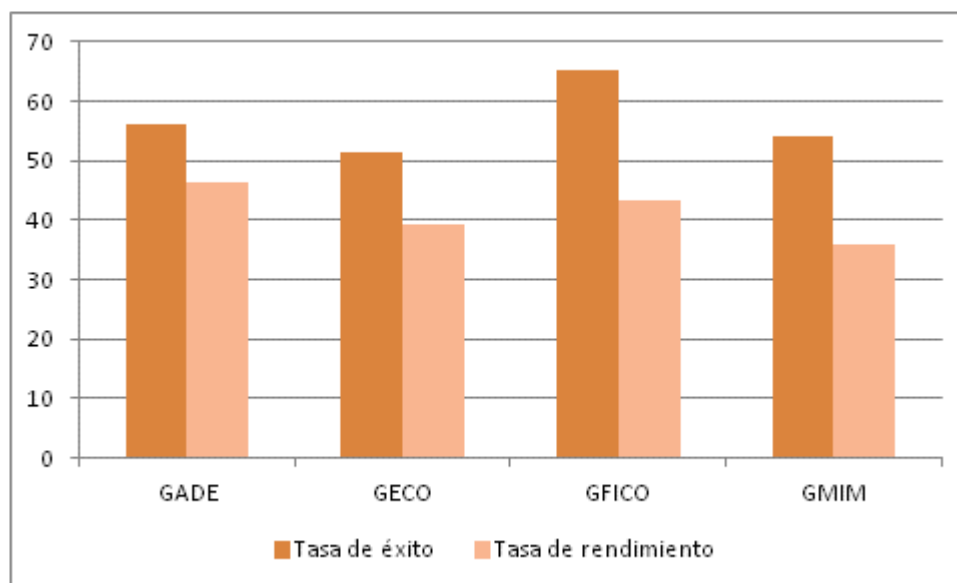
La búsqueda de soluciones más operativas y más acordes con el marco educativo del EEES nos hizo pensar en la posibilidad de crear un mecanismo más eficaz que resolviera el problema y que además ayudara a los alumnos en la tarea de asumir un mayor aprendizaje autónomo y también en la de acceder a conocimientos e información útiles para el desarrollo de su actividad profesional.

Con el objetivo de que cada estudiante pueda afianzar aquellos conocimientos matemáticos que no quedaron suficientemente asimilados en las enseñanzas preuniversitarias, hemos optado por el diseño de un *curso cero virtual* en el que figuran los conceptos básicos necesarios para seguir las asignaturas de Matemáticas en los estudios universitarios de carácter económico. Dado que los materiales del curso se han creado pensando fundamentalmente en el autoaprendizaje del alumno, el curso se ha presentado en tres plataformas tecnológicas diferentes de fácil acceso.

En la sección 3 presentaremos este trabajo de forma detallada.

Respecto al segundo de los problemas planteados en la Introducción, en los estudios universitarios de carácter económico hemos detectado algunas dificultades en la superación de las asignaturas de Matemáticas, como se puede ver en el Gráfico 3, en la que se muestra la tasa de éxito (Aprobados sobre Presentados) y la tasa de rendimiento (Aprobados sobre Matriculados) para cada uno de los grados.

**Gráfico 3. Tasa de éxito y tasa de rendimiento de la asignatura Matemáticas I en el curso 2010-2011**



Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar la tasa de éxito supera el 50% en todos los grados aunque el porcentaje de suspensos es significativo. Además, si comparamos esta tasa con la tasa de rendimiento se observa que hay un número importante de alumnos que abandonan la asignatura.

Pensamos que una de las causas de esta situación, además de la heterogeneidad de procedencias ya comentada, es que, en general, los estudiantes no están acostumbrados a aplicar en la resolución de ejercicios los conceptos y resultados teóricos correspondientes, resolviéndolos en muchas ocasiones de forma mecánica por similitud a otros.

En respuesta a esta situación, otro de nuestros objetivos es conseguir que los alumnos sean conscientes de la necesidad de aplicar los conceptos teóricos en la resolución de problemas, evitando de esta forma muchos de los errores que habitualmente cometen.

Para ello, hemos diseñado actividades de aprendizaje basadas en la búsqueda de errores que ayuden a nuestros alumnos en la asimilación de los conocimientos de las asignaturas de matemáticas. En concreto, hemos desarrollado tres actividades de este tipo: una asociada al curso cero virtual, otra a la asignatura Matemáticas I y otra a Matemáticas II, con lo que queda cubierta toda la docencia de matemáticas dentro de los grados de carácter económico-empresarial en la Universidad de Zaragoza. Todas estas actividades se presentan, haciendo uso de las nuevas tecnologías, en páginas web. En la sección 4 presentaremos de forma detallada este trabajo.

### 3. CURSO CERO VIRTUAL DE MATEMÁTICAS PARA ESTUDIANTES DE ECONOMÍA Y EMPRESA

#### 3.1. OBJETIVOS

El objetivo general de este curso es que los estudiantes inicien sus estudios universitarios de carácter económico con un nivel adecuado en matemáticas y que además dispongan de un material de consulta al que acudir para resolver cuestiones puntuales que se les puedan presentar en su carrera académica y en su futura labor profesional.

Más concretamente, los objetivos que nos planteamos con la realización de este trabajo fueron los siguientes:

1. Corregir, en la medida de lo posible, el inconveniente asociado a la heterogeneidad de procedencia de los alumnos, proporcionando un material con el que puedan realizar de forma autónoma una puesta al día de conceptos y habilidades matemáticas que les permita alcanzar las condiciones óptimas para abordar el aprendizaje de las matemáticas universitarias en titulaciones de carácter económico.
2. Introducir la utilización de nuevas tecnologías en el proceso de aprendizaje.
3. Favorecer el aprendizaje autónomo para el estudiante que accede a la universidad, con el fin de que adquiera habilidades y capacidades que le serán útiles en el desarrollo de su actividad profesional.
4. Proporcionar una estructura y desarrollar una metodología que sirvan de base para la elaboración de cursos con diferentes finalidades, como pueden ser cursos de asignaturas específicas de los grados o cursos básicos que recojan conocimientos necesarios en los másteres y en general en estudios de postgrado.
5. Avanzar en la implantación de metodologías docentes más activas y colaborativas y en la preparación de materiales adecuados al planteamiento docente del EEES.
6. Impulsar la filosofía del conocimiento compartido de forma que los materiales educativos elaborados puedan ser utilizados por otras personas interesadas aprovechando las plataformas tecnológicas disponibles que lo permitan.

#### 3.2. DESCRIPCIÓN DEL MATERIAL

Tras un análisis detallado de las deficiencias que más habitualmente encontramos en nuestro alumnado, las unidades didácticas que hemos considerado conveniente desarrollar en el curso cero virtual han sido:

- Unidad 1: Cálculo operacional: fracciones, potencias, raíces y logaritmos
- Unidad 2: Ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones e inecuaciones
- Unidad 3: Trigonometría
- Unidad 4: Números reales y números complejos
- Unidad 5: Geometría en el plano
- Unidad 6: Matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones lineales
- Unidad 7: Funciones reales de variable real

Las cinco primeras unidades tratan conceptos y resultados que en su mayor parte han sido estudiados por un alumno que haya cursado las asignaturas habituales de Matemáticas de cualquier Bachillerato y de la ESO, excepto en algunos casos la Trigonometría y los Números complejos. Estos tópicos los encontrará el estudiante en el desarrollo de algunas de las

asignaturas de los grados relacionados con la economía y la empresa. Las dos últimas unidades son un puente entre las matemáticas estudiadas en Bachillerato y las que se van a ver en estos grados. Todo lo que se explica en ellas se estudia en la asignatura Matemáticas II de Bachillerato y es el punto de partida de algunos de los temas de la asignatura Matemáticas I de los grados.

El esquema común que se sigue en la presentación de cada una de las unidades es el siguiente:

- Contenidos teóricos donde se encuentran los conceptos y resultados teóricos propios de las asignaturas de matemáticas en enseñanzas preuniversitarias. En su presentación se combina el uso del lenguaje y rigor matemático, escasamente utilizados por los estudiantes en bachillerato, con numerosos ejemplos que ayudan a la comprensión de la materia. De esta manera se intenta tender un puente entre la forma de trabajar las matemáticas en el bachillerato y en la universidad, facilitando así al alumno su proceso de adaptación.
- Ejercicios resueltos de forma detallada con los que se pretende que los estudiantes aprendan los pasos a seguir en la resolución de problemas. En la medida de lo posible, en cada paso de la resolución se destaca la justificación teórica pertinente.
- Ejercicios para resolver que tienen como objetivo que los estudiantes desarrollen habilidades para la resolución de problemas.
- Ejemplos resueltos de aplicaciones económicas con el objeto de acercar las matemáticas al mundo de la economía en aquellos temas en los que resulte natural su incorporación.
- Autoevaluaciones con las que el alumno podrá medir su grado de conocimiento de la materia de cada unidad.
- Bibliografía en la que aparece un listado de libros relacionados con la unidad. En nuestra opinión es importante que los estudiantes se acostumbren a utilizar los libros de texto y manuales.
- Enlaces con otras páginas web que puedan resultar de interés.

### 3.3. PLATAFORMAS TECNOLÓGICAS UTILIZADAS

Este curso cero virtual se ha presentado en tres plataformas diferentes: en un sitio web de libre acceso, en el Anillo Digital Docente (ADD) de la Universidad de Zaragoza y en el portal de acceso público Open CourseWare (OCW). Para ello ha sido necesario realizar algunas modificaciones de los materiales con el fin de obtener el mayor rendimiento del curso en cada una de estas plataformas.

El principal inconveniente que hemos encontrado al construir las páginas web ha sido la utilización del lenguaje matemático. Siempre que ha sido posible hemos usado documentos html, aunque en algunas ocasiones hemos tenido que optar por utilizar documentos pdf.

A continuación presentamos con detalle el sitio web de libre acceso por ser el más utilizado y comentaremos brevemente las otras dos plataformas.

## Sitio web de acceso libre en Internet

El curso cero virtual “*Curso básico de Matemáticas para estudiantes de Económicas y Empresariales*” se encuentra en un sitio web de libre acceso alojado en el dominio de la Universidad de Zaragoza cuya dirección es <[http://www.unizar.es/aragon\\_tres/](http://www.unizar.es/aragon_tres/)>.

La página inicial permite acceder a cada una de las unidades didácticas que componen este curso y a una actividad de aprendizaje basada en el descubrimiento de errores que detallaremos en la Sección 4.

**Figura 1. Página inicial del sitio web** <[http://www.unizar.es/aragon\\_tres/](http://www.unizar.es/aragon_tres/)>

The screenshot shows the homepage of the website. At the top, the title is "CURSO BÁSICO DE MATEMÁTICAS PARA ESTUDIANTES DE ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES" with authors "Gloria Jarne, Esperanza Minguillón, Trinidad Zabal". Below this is a green banner with the text: "Este curso proporciona material con el que poder realizar una puesta al día en los conceptos y habilidades matemáticas necesarias para iniciar los estudios de cualquier titulación de carácter económico". To the right is the University of Zaragoza logo and name. A navigation menu includes "Presentación del curso", "Modo de utilización del curso", and "Descarga de Adobe Reader". The main content area is titled "UNIDADES DIDÁCTICAS" and lists seven units:
 

- Unidad 1. Cálculo operacional: fracciones, potencias, raíces y logaritmos
- Unidad 2. Ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones e inecuaciones
- Unidad 3. Trigonometría
- Unidad 4. Números reales y números complejos
- Unidad 5. Geometría en el plano
- Unidad 6. Matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones lineales
- Unidad 7. Funciones reales de variable real

 Below the units is a link for "Actividades para el refuerzo de conceptos a través del descubrimiento de errores". The footer includes the "ae" logo for the Department of Economic Analysis, the last update date (20/02/2012), a Site Meter logo, and contact information for the ARAGÓN TRES project.

Como se puede observar, desde esta página también se permite el acceso a:

- La Presentación del curso y el Modo de utilización.
- La página web de la Universidad de Zaragoza.
- Las páginas web de la Facultad de Economía y Empresa y de la Facultad de Empresa y Gestión Pública, centros en los que se imparten titulaciones relacionadas con la Ciencia Económica.
- La página web del Departamento de Análisis Económico, responsable de las asignaturas de matemáticas en titulaciones de carácter económico.
- Un correo electrónico para recoger las sugerencias y opiniones de los usuarios.

En la siguiente figura se muestra la estructura de las unidades didácticas.



Figura 2. Página de la Unidad Didáctica 7

**CURSO BÁSICO DE MATEMÁTICAS PARA ESTUDIANTES DE ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES**  
*Autoras: Gloria Jornc, Esperanza Mingullón, Trinidad Zabal*

**Unidad didáctica 7. Funciones reales de variable real**

Se pretende que el alumno trabaje con funciones de una variable, en particular en el cálculo de derivadas y en la representación gráfica de funciones

FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL	DERIVADA DE UNA FUNCIÓN REAL	REPRESENTACIÓN GRÁFICA
<p><b>CONTENIDOS TEÓRICOS</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conceptos básicos</li> <li>2. Funciones elementales</li> <li>3. Límite de una función</li> <li>4. Continuidad</li> </ol> <p><b>EJERCICIOS</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Resueltos</li> <li>2. Para resolver</li> <li>3. De carácter económico</li> <li>4. De autoevaluación</li> </ol>	<p><b>CONTENIDOS TEÓRICOS</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conceptos básicos</li> <li>2. Interpretación geométrica</li> <li>3. Función derivada. Propiedades</li> <li>4. Regla de L' Hôpital</li> </ol> <p><b>EJERCICIOS</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Resueltos</li> <li>2. Para resolver</li> <li>3. De carácter económico</li> <li>4. De autoevaluación</li> </ol>	<p><b>CONTENIDOS TEÓRICOS</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Crecimiento y decrecimiento</li> <li>2. Extremos relativos</li> <li>3. Concavidad, convexidad y puntos de inflexión</li> <li>4. Asíntotas y ramas parabólicas</li> <li>5. Estudio y representación gráfica</li> </ol> <p><b>EJERCICIOS</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Resueltos</li> <li>2. Para resolver</li> <li>3. De carácter económico</li> <li>4. De autoevaluación</li> </ol>
<a href="#">BIBLIOGRAFÍA</a>	<a href="#">ENCUESTA</a>	<a href="#">ENLACES</a>

[Volver a página inicial](#)  
 © Proyecto de Innovación ARAGÓN TRES [weragon3@unizar.es](mailto:weragon3@unizar.es)

Desde este tipo de páginas se puede acceder a:

1. Parte teórica, en la que existen dos posibilidades de elección:
  - Consultar la totalidad de los contenidos teóricos.
  - Consultar cada uno de los apartados de los contenidos teóricos.
2. Ejercicios resueltos, cuyos enunciados se muestran directamente en una página web con un enlace en cada uno de ellos a su resolución detallada. También se puede acceder a la totalidad de los ejercicios resueltos.
3. Ejercicios para resolver, cuyos enunciados se muestran directamente en una página web apareciendo en cada uno de ellos la posibilidad de acceder mediante enlaces a la solución final y a ayudas para su resolución (ver Figura 3).
4. Ejercicios de carácter económico.
5. Ejercicios de autoevaluación, que consisten en una serie de preguntas de test con una única solución correcta a elegir entre cuatro posibles (ver Figura 4).
6. Bibliografía y enlaces a otras páginas web.
7. Encuesta para valorar la opinión del alumno sobre la unidad didáctica con objeto de ir mejorando el presente material y evaluar su utilidad.

Figura 3. Página de Ejercicios para resolver

**CURSO BÁSICO DE MATEMÁTICAS PARA ESTUDIANTES DE ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES**  
*Autoras: Gloria Jornc, Esperanza Mingullón, Trinidad Zabal*

**Ejercicios para resolver de funciones reales de variable real**

Hacer click en el botón si quieres ver todos los enunciados de los ejercicios

<p>1. Calcular los dominios de definición de las siguientes funciones:</p> <p>a) <math>f(x) = \frac{x+2}{(x-2)^2} + \frac{1}{x+3}</math>      b) <math>f(x) = \frac{\sqrt{x^2-25}}{x-6}</math></p> <p>c) <math>f(x) = \ln \frac{x+1}{(x-1)^2}</math>      d) <math>f(x) = e^{x^2-1}</math></p> <p>e) <math>f(x) = \sqrt{x-x^2}</math>      f) <math>f(x) = \operatorname{sen} \sqrt{x^2-1}</math></p> <p>g) <math>f(x) = \frac{x}{2x^2+3x+2}</math>      h) <math>f(x) = \arcsen \frac{1}{x}</math></p>	<p>• Solución • Ayuda</p>
<p>2. Hallar <math>f(-2)</math>, <math>f(-1)</math>, <math>f(-1/2)</math>, <math>f(3)</math> y <math>a \cdot f(a)</math> con <math>a &gt; 0</math>, siendo <math>f</math> la función:</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x^2-1} & \text{si } x \leq -1 \\ 3^x + 1 & \text{si } -1 < x < 0 \\ 3x + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$	<p>• Solución • Ayuda</p>
<p>3. Dadas las siguientes gráficas, indicar cual de ellas corresponde a una función decreciente, convexa y no acotada:</p> <p>a) </p> <p>b) </p>	

Figura 4. Una página de autoevaluación

<=> Página inicial

Señala la única respuesta correcta.

**TEST DE MATRICES**

1 Si A es una matriz de orden 4x3, ¿qué orden ha de tener la matriz B para poder hacer la operación  $B \cdot A$ ?

A) 3x4  
 B) 4x4  
 C) 3x3  
 D) 4x3

---

2 Determinar para qué valores del parámetro real a la siguiente matriz tiene inversa:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & a \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

A) Para cualquier valor de a  
 B)  $a = 5/7$   
 C)  $a = -7/5$   
 D)  $a = -5/7$

---

3 Si una matriz es de orden 3x4, ¿cuánto puede valer como mucho su rango?

A) 7  
 B) 0  
 C) 3

Este sitio web, además de favorecer el autoaprendizaje de los alumnos, ha sido utilizado como apoyo en la impartición de asignaturas y de cursos cero presenciales de Matemáticas en las titulaciones de carácter económico de la Universidad de Zaragoza, así como en cursos de nivelación de otras universidades. En la sección 5 se presenta el resultado de la evaluación de algunas de estas experiencias.

### Anillo Digital Docente de la Universidad de Zaragoza

La creación del ADD como Campus Virtual de la Universidad de Zaragoza nos permitió el diseño de una asignatura semipresencial denominada "Curso cero de matemáticas para estudiantes de empresariales" basada en los contenidos del curso cero virtual. Esta asignatura fue ofertada por el Departamento de Análisis Económico como asignatura de libre elección de 3 créditos en el plan de estudios correspondiente a la Diplomatura de Ciencias Económicas y Empresariales.

El ADD dispone de herramientas propias que permiten, además de presentar los materiales del curso, administrar la asignatura realizando tareas tales como el seguimiento personal del alumno, la gestión de notas, la propuesta y realización de trabajos, autoevaluaciones y exámenes más elaborados. En este sentido, el ADD sirve como apoyo a la docencia de esta asignatura y no como un simple depósito de contenidos del curso.

Para el diseño de esta asignatura semipresencial, se tuvieron que reestructurar los contenidos elaborados para el sitio web, adaptar la presentación de los mismos a la nueva plataforma y crear nuevas formas de evaluación con las herramientas propias del ADD.

Figura 5. Página de acceso al curso en el ADD



En esta presentación distinguimos entre *Contenidos básicos*, que contienen los materiales que se impartían específicamente en la asignatura semipresencial, y *Contenidos complementarios*, que constan de aquellos temas del curso cero virtual no impartidos en dicha asignatura.

Lo más novedoso de esta plataforma respecto al sitio web es la autoevaluación y el foro.

La autoevaluación consistía en un examen tipo test de diez preguntas de opción múltiple con una única respuesta correcta. Para la confección de estos exámenes, fue necesario elaborar una base de preguntas multiopción sobre los temas tratados en *Contenidos básicos*, a partir de la cual se generaban exámenes que proporcionaban información sobre la asimilación de los conceptos de los diferentes temas y su aplicación práctica. Las preguntas se clasificaron en categorías según los diferentes temas para poder plantear autoevaluaciones de cada uno de ellos, que eran visibles en las fechas establecidas por el profesor.

El foro fue muy útil para fomentar la participación de los alumnos y posibilitar una mejor comunicación entre el profesor y los alumnos (avisos, resolución de dudas generales, organización de grupos de trabajo...).

Esta asignatura semipresencial se impartió con resultados satisfactorios durante los últimos años de la Diplomatura en Ciencias Empresariales. En la Sección 5 detallaremos estos resultados.

### OpenCourseWare

En el año 2007 la Universidad de Zaragoza se adhirió al consorcio mundial OCW, web de material docente en código abierto del Massachusetts Institute of Technology. Esta circunstancia nos permitió incorporar los materiales del curso a un portal de acceso público, poniéndolo así a disposición de profesores, estudiantes y autodidactas interesados en el tema.

En esta plataforma los usuarios simplemente disponen de los materiales del curso tal y como el profesor ha decidido presentarlos en el desarrollo de un curso o de una asignatura en un momento determinado.

La dirección de acceso de este portal es <<http://ocw.unizar.es>>. Todos los cursos presentados en OCW por la Universidad de Zaragoza se han diseñado con una plantilla

común para que su aspecto sea homogéneo. A través de la categoría *Ciencias Sociales y Jurídicas*, se puede acceder a nuestro curso cuya página inicial se muestra en la siguiente figura.

Figura 6. Página inicial del curso en OCW

The screenshot shows the OCW interface for the course 'Curso Cero de Matemáticas para Estudiantes de Empresariales'. The header includes the OCW logo and the University of Zaragoza name. A search bar is located in the top right. The main content area is divided into several sections:

- Contenidos del curso:** A list of course materials including 'Curso Cero de Matemáticas para Estudiantes de Empresariales Home', 'Programa', 'Material de clase', 'Ejercicios, Proyectos y casos', 'Pruebas de evaluación', 'Otros recursos', 'Guía de aprendizaje', and 'Profesorado'.
- Curso Cero de Matemáticas para Estudiantes de Empresariales:** The main title of the course.
- Profesorado:** A list of faculty members: Gloria Jarne Jarne, Esperanza Minguillón Constante, and María Trinidad Zabal Cortés. Below their names is the department 'Departamento de Análisis Económico, Universidad de Zaragoza' and the course details: 'Matemáticas Empresariales. Nivel preuniversitario (curso cero). Diplomaturas y Licenciaturas de carácter económico. Marzo, 2008.'
- Solución de un sistema de inecuaciones:** A central graphic showing a coordinate plane with a circle  $x^2 + (y-1)^2 = 4$  and a parabola  $y = x^2$ . The region between them is shaded green, representing the solution to the system of inequalities.
- JUSTIFICACIÓN DEL CURSO:** A text block explaining that the course is designed to address knowledge gaps in basic mathematics for students and to introduce new methodologies in the workplace.

Lo más destacable de esta plataforma es que dispone de una *Guía de aprendizaje*, en la que se muestra la planificación del curso utilizando unos códigos que identifican cada uno de los materiales que lo forman.

#### 4. ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE A TRAVÉS DEL DESCUBRIMIENTO DE ERRORES

En los últimos cursos, hemos sido testigos del aumento de las dificultades de aprendizaje en asignaturas de Matemáticas de estudios universitarios relacionados con la Economía y la Empresa, así como de la utilización incorrecta en otras asignaturas de herramientas cuantitativas que requieren una base matemática. Pensamos que una de las causas de estos problemas de asimilación está en la disminución progresiva del peso relativo de la *teoría* frente a la *práctica* en la docencia de estas asignaturas. Esto ha generado una situación en la que los estudiantes no están acostumbrados ni al rigor que caracteriza a las matemáticas ni a aplicar la teoría en la resolución de ejercicios, resolviéndolos por semejanza a otros, lo que puede dar lugar a resultados erróneos.

En nuestra opinión es necesario recuperar el rigor adecuado en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, así como volver a colocar el estudio de la *teoría* en el sitio que le corresponde. Sin estos recursos, el aprendizaje de las matemáticas será menos eficiente y resultará más complicado para nuestros estudiantes abordar adecuadamente la resolución de los problemas que se les presenten en sus actividades profesionales.

Considerando que en muchas ocasiones aprendemos de nuestros errores, pensamos que si un alumno fuera capaz de encontrar un error matemático en un desarrollo supondría que el conocimiento teórico estaría bien comprendido. En caso contrario, el alumno debería iniciar un proceso de consulta sobre el tema tratado.

Teniendo en cuenta lo anterior y en la línea de mejorar la asimilación por parte de los estudiantes de los conocimientos matemáticos, nos propusimos diseñar e implementar una actividad de aprendizaje basada en la búsqueda y corrección de errores que permita a los alumnos afianzar los conocimientos presentados en las asignaturas de matemáticas y su aplicación a la economía.

El objetivo fundamental de esta actividad es conseguir que los alumnos sean conscientes de la necesidad de aprender, comprender y aplicar los conceptos teóricos en la resolución de problemas, evitando de esta forma muchos de los errores que habitualmente cometen.

Más concretamente los resultados que nos propusimos alcanzar con la puesta en marcha de esta actividad fueron:

1. Afianzar los conocimientos teóricos de matemáticas, tanto los básicos estudiados en enseñanzas medias como los correspondientes a las asignaturas de matemáticas en los grados de carácter económico-empresarial.
2. Incidir en la aplicación de la teoría matemática a la hora de resolver ejercicios y problemas evitando su resolución por imitación de otros similares pero no idénticos.
3. Habituarse al alumno en la correcta utilización del lenguaje matemático y en el rigor matemático.
4. Fomentar el aprendizaje autónomo de los estudiantes y su autoevaluación.
5. Aumentar la capacidad crítica de los alumnos.
6. Incidir en la aplicación de las matemáticas a la economía.
7. Intentar homogeneizar el nivel matemático de los alumnos, con la oportunidad que nos brindan las actividades virtuales que permiten al estudiante desarrollarlas de forma autónoma sin interferir en el normal funcionamiento de las clases.

Esta actividad de aprendizaje se ha llevado a cabo en tres niveles diferentes. Primero se diseñó para paliar los problemas de nivel matemático encontrados en los preuniversitarios que acceden a los grados económicos y así mejorar y complementar la tarea realizada con el curso cero virtual anteriormente explicado. Posteriormente se adaptó a los contenidos de las asignaturas Matemáticas I y Matemáticas II de los grados. Es evidente que de la misma manera esta actividad se podría adaptar a los contenidos de cualquier asignatura tanto de grado como de máster cuya docencia se base en la asimilación de unos contenidos teóricos que posteriormente se aplican en la resolución de problemas reales.

Para elaborar los materiales en los que se basa esta actividad de aprendizaje, en primer lugar se detectaron los errores más frecuentes cometidos por los alumnos en las asignaturas de matemáticas. Para ello nos basamos principalmente en nuestra experiencia en la impartición de estas asignaturas en las antiguas Diplomaturas y Licenciaturas y en los nuevos grados de carácter económico. También hicimos una encuesta que rellenaron nuestros compañeros del Departamento de Análisis Económico responsables de asignaturas relacionadas con la Microeconomía, Macroeconomía y Econometría, y que por tanto necesitan herramientas matemáticas en su labor docente. En esta encuesta se les preguntaba por los contenidos

matemáticos que más utilizaban en su docencia, en cuáles los alumnos tenían más dificultades y el tipo de errores que cometían.

Con las conclusiones obtenidas del análisis de toda esta información, elaboramos una base de ejercicios en los que aparecen operaciones, igualdades, desarrollos, razonamientos, etc. que contienen alguna incorrección. Cada uno de estos ejercicios consta de tres partes: el desarrollo erróneo, el desarrollo correcto y el concepto teórico necesario para su resolución.

Posteriormente, a partir de la base de ejercicios, diseñamos cuestionarios para cada uno de los temas de las asignaturas con objeto de que los alumnos además de detectar los errores y corregirlos, expliquen los contenidos, propiedades o conceptos matemáticos que no se han aplicado o que se han aplicado de forma incorrecta.

Para presentar todos estos cuestionarios, se creó una página web denominada “*Actividad de aprendizaje a través del descubrimiento de errores en las asignaturas de Matemáticas de los grados de carácter económico*” cuya dirección es: <[http://www.unizar.es/aragon\\_tres/errores.htm](http://www.unizar.es/aragon_tres/errores.htm)>.

**Figura 7. Página inicial del sitio web**  
<[http://www.unizar.es/aragon\\_tres/errores.htm](http://www.unizar.es/aragon_tres/errores.htm)>



Desde ella se puede acceder a las actividades asociadas al curso cero virtual y a las asignaturas Matemáticas I y Matemáticas II, para trabajar con los distintos cuestionarios.

Figura 8. Página inicial de la actividad asociada a Matemáticas I  
I<[http://www.unizar.es/aragon\\_tres/erroresM1.htm](http://www.unizar.es/aragon_tres/erroresM1.htm)>

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE A TRAVÉS DEL DESCUBRIMIENTO DE ERRORES EN LA ASIGNATURA "MATEMÁTICAS I" DE LOS GRADOS DE CARÁCTER ECONÓMICO

*Autoras: Gloria Jarne, Esperanza Mingullón, Trinidad Zabal*

En esta página se pueden encontrar diferentes cuestionarios, referidos a la asignatura Matemáticas I de los grados de carácter económico, en los que se presenta una serie de desarrollos matemáticos que contienen un error. El estudiante deberá detectarlo, escribir correctamente el desarrollo y señalar la teoría (definición, propiedad, ...) utilizada en la corrección del error.

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA  
<http://www.unizar.es>  
Descarga de Adobe Reader

Cuestionario 1 Matrices y determinantes	Cuestionario 2 Rango de una matriz. Sistemas de ecuaciones lineales
Cuestionario 3 Diagonalización de matrices cuadradas	Cuestionario 4 Formas cuadráticas reales I
Cuestionario 5 Formas cuadráticas reales II (Clasificación)	Cuestionario 6 Funciones reales de una variable real I
Cuestionario 7 Funciones reales de una variable real II	Cuestionario 8 Funciones reales de varias variables reales I
Cuestionario 9 Funciones reales de varias variables reales II	Cuestionario 10 Integrales de funciones de una variable real

Gloria Jarne  
Facultad de Economía y Empresa

Esperanza Mingullón  
Facultad de Empresa y Gestión Pública

Trinidad Zabal  
Facultad de Economía y Empresa

ae Departamento de Análisis Económico

Fecha de la última actualización  
13/02/2012

SITE METER

En cada cuestionario hay varios ejercicios referidos a un determinado tema en los que hay un error matemático y en cada ejercicio hay dos enlaces: uno que muestra el desarrollo correcto y otro en el que figura el concepto o resultado matemático utilizado.

Figura 9. Página inicial del Cuestionario 9 de la actividad asociada a Matemáticas I

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE A TRAVÉS DEL DESCUBRIMIENTO DE ERRORES EN LA ASIGNATURA "MATEMÁTICAS I" DE LOS GRADOS DE CARÁCTER ECONÓMICO

*Autoras: Gloria Jarne, Esperanza Mingullón, Trinidad Zabal*

**Cuestionario 9: Funciones reales de varias variables reales II**

Encuentra el error cometido en cada uno de los siguientes desarrollos matemáticos y piensa cómo sería el desarrollo correcto y la teoría (definición, propiedad, ...) utilizada en la corrección del error.

1. Si una función $f(x,y)$ tiene derivadas parciales en el punto $(1, 1)$ dadas por $\frac{\partial f}{\partial x}(1, 1) = \frac{1}{4}$ y $\frac{\partial f}{\partial y}(1, 1) = \frac{1}{4}$ , se puede asegurar que es diferenciable en el punto $(1, 1)$ ya que existen las derivadas parciales en dicho punto.	- Desarrollo correcto - Teoría
2. La función $f(x,y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$ es diferenciable en $\mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$ por ser continua.	- Desarrollo correcto - Teoría
3. Si una función $f(x,y)$ verifica $\frac{\partial f}{\partial x}(2,-1) = 1$ y $\frac{\partial f}{\partial y}(2,-1) = -1$ , entonces se puede asegurar que es continua en $(2,-1)$ .	- Desarrollo correcto - Teoría
4. Puede existir un función $f(x,y)$ continua con derivadas parciales primeras y segundas continuas en un entorno del punto $(2,3)$ cuya matriz hessiana es: $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$	- Desarrollo correcto - Teoría

Para el buen uso de este material, lo más conveniente es que los alumnos en primer lugar detectaran los errores, escriban el desarrollo correcto y por último indiquen los contenidos, propiedades o conceptos matemáticos necesarios para la resolución correcta. Posteriormente podrían comprobar si sus respuestas han sido las adecuadas en el enlace correspondiente.

## 5. EVALUACIÓN

El *Curso cero virtual* no resulta fácil de evaluar desde un punto de vista cuantitativo ya que se basa en el autoaprendizaje del usuario y por tanto, no existe un control riguroso por parte del profesorado. No obstante en el correo electrónico asociado al curso, hemos recibido numerosos mensajes de estudiantes, compañeros de profesión y todo tipo de usuarios en los que se manifiesta un elevado grado de satisfacción y utilidad del mismo. Asimismo, las encuestas recibidas indican una gran aceptación de los materiales que constituyen el curso. Como dato significativo cabe señalar que la media diaria de visitas al sitio web donde se encuentra este curso es 47 y el número total de visitas supera las 70000.

Cuando este curso ha sido utilizado como base para impartir asignaturas presenciales, hemos podido obtener algunos resultados cuantitativos que mostramos a continuación.

Los resultados de la encuesta oficial de evaluación del profesorado de la Universidad de Zaragoza para la asignatura semipresencial "Curso cero de matemáticas para estudiantes de empresariales", impartida en la ya extinguida Diplomatura de Ciencias Económicas y Empresariales, se muestran en la siguiente tabla.

**Tabla 1. Resultados de las encuestas de evaluación de la asignatura semipresencial**

Curso	2004-05	2005-06	2006-07	2007-08	2008-09
Calificación	4	4,1	4,5	4,6	4,5

Fuente: Elaboración propia.

Como puede observarse las medias de cada curso no son inferiores en ningún caso al 4 sobre 5, lo que es un indicador de la alta valoración que los alumnos hicieron de esta asignatura.

En el curso cero intensivo impartido en la Facultad de Economía y Empresa antes de que comience el curso académico, no se realizan las encuestas de evaluación del profesorado oficiales de la Universidad de Zaragoza, al no ser una asignatura reglada. No obstante, al final del curso la Facultad pasa una encuesta a los alumnos asistentes al mismo, planteándoles entre otras cuestiones el grado de utilidad del curso. Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla.

**Tabla 2. Resultados de las encuestas del Curso Cero de la Facultad de Economía y Empresa**

	Muy apropiado	Apropiado	Mejorable	Muy mejorable	Inapropiado
Curso 2005-06	29,6 %	57,7%	12,7%	0%	0%
Curso 2006-07	30 %	61,6%	8,4%	0%	0%
Curso 2007-08	33,3 %	61,1%	5,6%	0%	0%
Curso 2008-09	15,7 %	62,9%	17,6%	1,9%	1,9%
Curso 2009-10	28,8 %	60,6%	7,6%	3%	0%

Fuente: Elaboración propia.

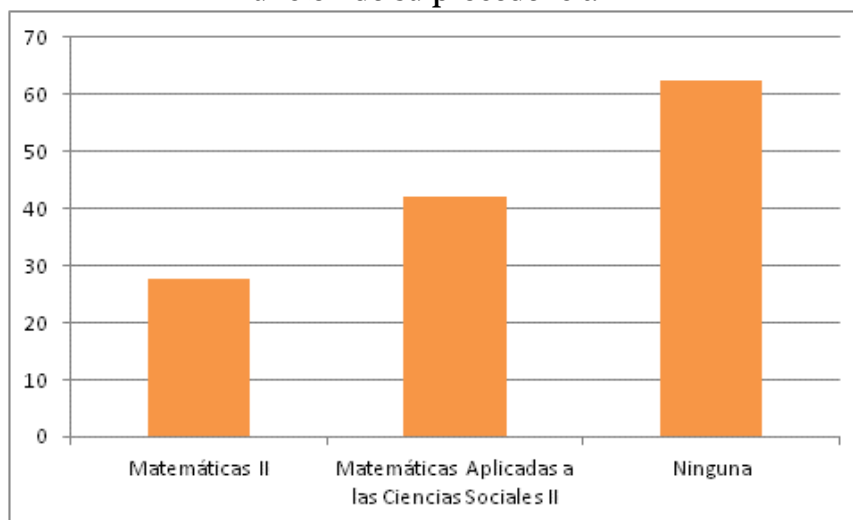
Como se puede observar el porcentaje de alumnos que consideran el curso "Muy apropiado" o "Apropiado" es muy elevado, encontrándose entre el 78'6% y el 94'4%

Asimismo se ha llevado a cabo un estudio sobre la utilidad del Curso cero virtual para alumnos matriculados en grados de carácter económico, en función de las matemáticas cursadas en las enseñanzas preuniversitarias. En el siguiente gráfico se muestra el porcentaje



de estudiantes que han encontrado el curso cero virtual útil o muy útil de entre los que cursaron en segundo de Bachillerato Matemáticas II, Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II o ninguna de estas dos asignaturas.

**Gráfico 4. Porcentaje de alumnos que consideran útil el *curso cero virtual* en función de su procedencia**

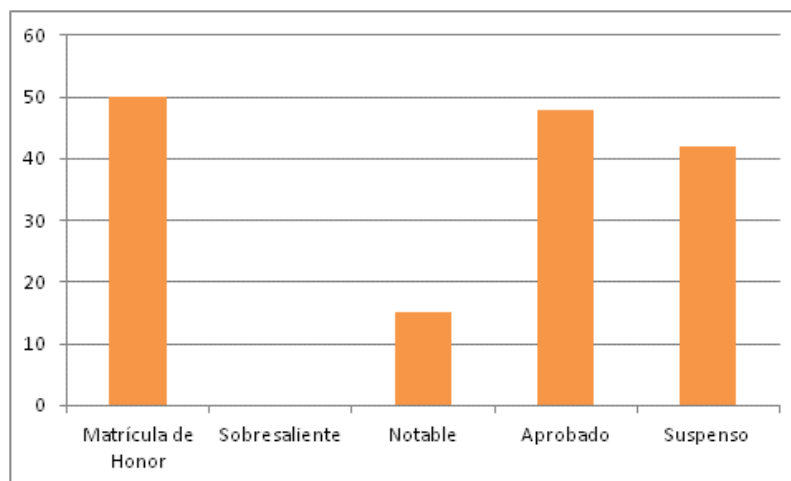


Fuente: Elaboración propia.

El gráfico anterior muestra que los estudiantes que más útil han encontrado este curso son, como era de esperar, los que llegan menos preparados en conocimientos matemáticos. No obstante casi un 30% de los mejor preparados también señalan su utilidad, ya que en momentos puntuales es posible que tengan que hacer uso del curso para recordar algún concepto.

Respecto a la relación entre la valoración que hacen de este curso y la calificación obtenida en la asignatura Matemáticas I se muestra el siguiente gráfico en la que aparece el porcentaje de alumnos que consideran el curso útil o muy útil en función de la calificación obtenida.

**Gráfico 5. Porcentaje de alumnos que consideran útil el *curso cero virtual* en función de su calificación**



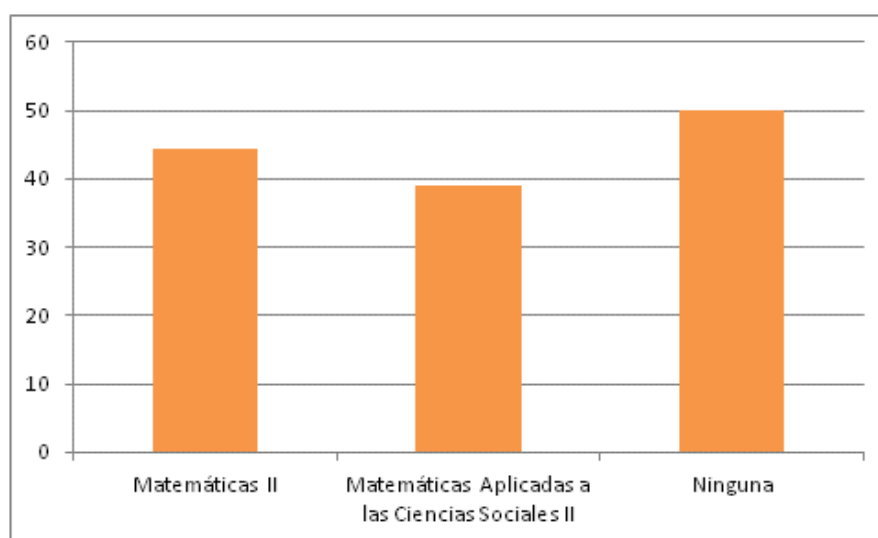
Fuente: Elaboración propia.

El gráfico 5 indica que los alumnos que han superado la asignatura con aprobado y los suspensos encuentran más útil el curso. El dato de la matrícula de honor es anecdótico, ya que el número de alumnos con esta calificación fue muy bajo.

Para obtener información que nos permitiera evaluar la *Actividad de aprendizaje basada en el descubrimiento de errores*, en la misma encuesta que dio lugar a los Gráficos 4 y 5 también se plantearon cuestiones sobre dicha actividad, obteniéndose los resultados que se muestran a continuación.

En el siguiente gráfico se muestra el porcentaje de estudiantes que han considerado útil o muy útil esta actividad de entre los que cursaron Matemáticas II, Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II o ninguna de estas dos asignaturas.

**Gráfico 6. Porcentaje de alumnos que consideran útil la *actividad de aprendizaje basada en el descubrimiento de errores* en función de su procedencia**

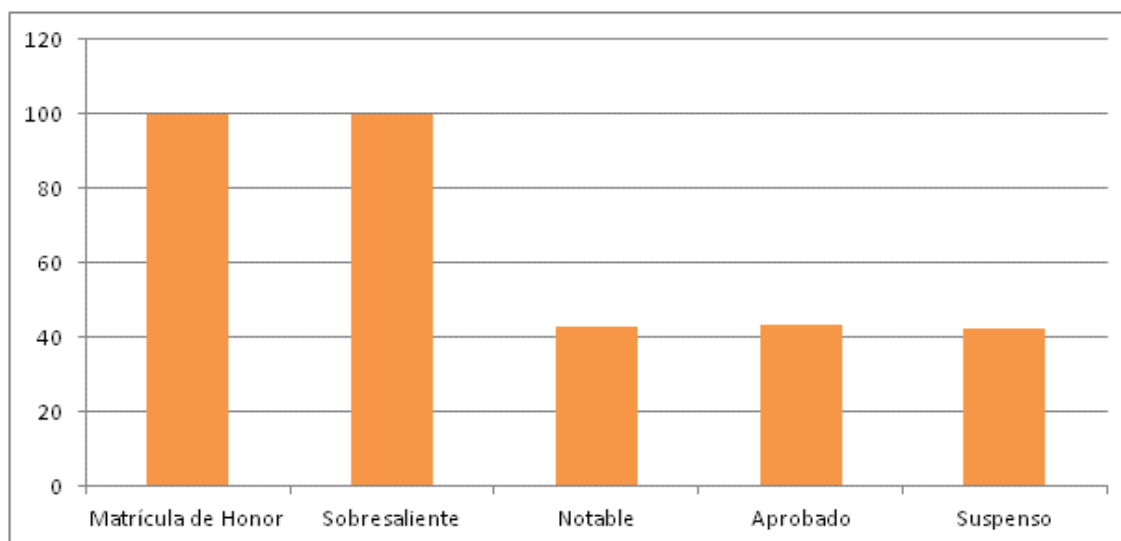


Fuente: Elaboración propia.

Si comparamos este gráfico con el Gráfico 4, observamos que los alumnos que han cursado Matemáticas II en Bachillerato valoran más esta actividad que el Curso Cero Virtual, los que han cursado Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II valoran ambas de forma similar y por último los que no han cursado ninguna de las dos asignaturas valoran más el Curso cero virtual que esta actividad. Esto parece indicar que la actividad del descubrimiento de errores es una herramienta más apropiada para los alumnos que acceden a los grados con un nivel matemático más adecuado. Esta actividad les ayuda en la asimilación de los nuevos conocimientos que se imparten en las asignaturas de Matemáticas de los grados de economía y empresa.

A continuación se muestra un gráfico que relaciona la utilidad de esta actividad con la calificación obtenida en la asignatura de Matemáticas I del grado.

**Gráfico 7. Porcentaje de alumnos que consideran útil la *actividad de aprendizaje basada en el descubrimiento de errores* en función de su calificación**



Fuente: Elaboración propia.

En el gráfico anterior observamos que son más receptivos al uso de la actividad los alumnos con calificación más alta, aunque también se observa cierto grado de aprovechamiento en el resto de estudiantes.

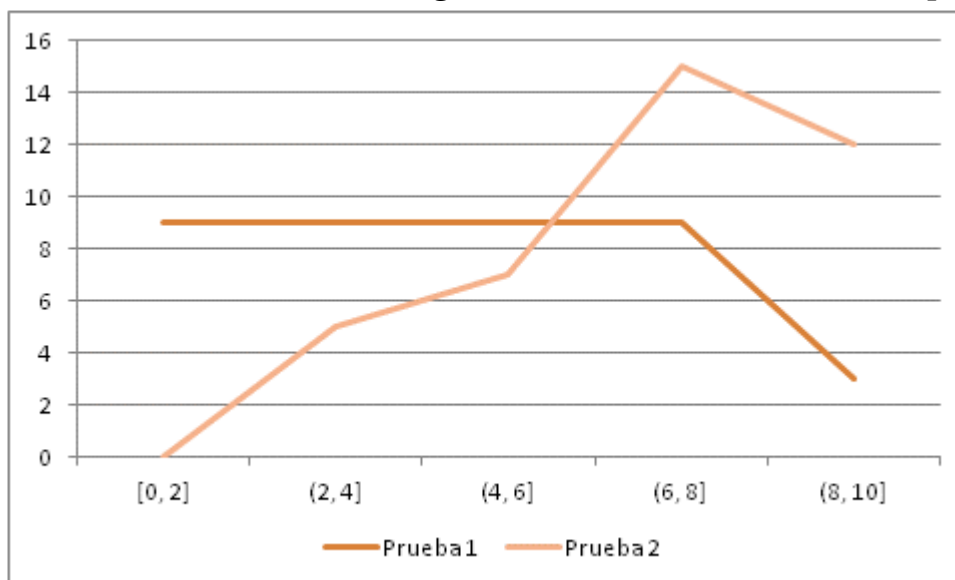
Además, para realizar una evaluación más objetiva de la actividad de aprendizaje basada en el descubrimiento de errores, de forma que las conclusiones no dependan de la opinión del alumnado, se procedió a la realización de un seguimiento con un grupo de la asignatura Matemáticas I de GADE como se detalla a continuación.

Una vez terminado el tema dedicado a funciones reales de una variable real, se pasó a los alumnos una prueba sobre los conocimientos teóricos, posteriormente se trabajó el aprendizaje de la teoría de ese tema con el material disponible en la página web y por último los estudiantes realizaron una prueba similar a la primera.

De los 39 alumnos que realizaron la experiencia 5 de ellos bajaron la puntuación, otros 5 la mantuvieron y los 29 restantes la mejoraron.

En el siguiente gráfico se muestra el número de estudiantes que obtuvieron calificaciones en cada uno de los cinco tramos considerados en cada una de las pruebas.

Gráfico 8. Número de alumnos según la calificación obtenida en cada prueba



Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar en la primera prueba la mayoría de los estudiantes obtuvieron calificaciones no muy altas, al contrario de lo que ocurre en la segunda, lo que muestra una evidente mejora en el conocimiento y aplicación de los conceptos teóricos. Si bien se podría sostener que es posible que la mejora hubiera existido con otra actividad de aprendizaje, es evidente con estos datos que la mejora obtenida con ésta es muy significativa.

## 6. CONCLUSIONES

Las conclusiones que hemos obtenido con la realización de las actividades docentes aquí presentadas se pueden resumir en las siguientes:

1. La utilización del *curso cero* facilita la práctica docente de las asignaturas de matemáticas de forma inmediata ya que cuando algún estudiante encuentra que sus conocimientos no son los suficientes, puede acceder al Curso cero virtual para resolver sus dudas, sin condicionar el desarrollo normal de la asignatura.
2. La *actividad docente basada en el descubrimiento de errores* mejora el proceso de aprendizaje de las matemáticas ya que los alumnos con su uso toman conciencia de la importancia de la comprensión de la teoría a la hora de resolver ejercicios así como de la importancia del rigor matemático y del uso correcto del lenguaje matemático.
3. Las aplicaciones a la economía que aparecen en los materiales permiten al estudiante ser consciente desde el principio de la utilidad de las matemáticas en la economía, lo que estimula el aprendizaje de las mismas. Además, aumentan la capacidad para aplicar los conocimientos adquiridos en la resolución de problemas extraídos de la realidad encontrando la solución más adecuada.
4. Repercuten en la mejora de la práctica docente de otras asignaturas, como Principios de Economía, Microeconomía, Macroeconomía, Estadística, Econometría, ..., en las que se utiliza el lenguaje matemático y son necesarios conocimientos matemáticos.
5. Favorecen el autoaprendizaje del estudiante desde el comienzo de sus estudios universitarios, lo que cada vez más va a ser una constante en su carrera universitaria y en el desarrollo de su futura actividad profesional.

6. Disminuye la sensación de frustración que sienten algunos alumnos al enfrentarse con unas matemáticas universitarias que tienen mayor grado de dificultad que las que han estudiado hasta ese momento.
7. Este material también está siendo utilizado por estudiantes que han comenzado estudios universitarios con contenidos matemáticos aunque no estén relacionados con la economía (por ejemplo, en estudios de ingeniería, física, química, ...).

Hemos constatado que los estudiantes acogen favorablemente estas actividades de innovación, mostrando una actitud más positiva hacia las asignaturas. En concreto, los alumnos han manifestado que este material les ha resultado de sencillo manejo y que sus contenidos han sido de gran ayuda en el aprendizaje de las asignaturas de Matemáticas.

Es indudable que los materiales de las actividades aquí presentadas tienen una aplicación más directa en asignaturas de los grados de carácter económico-empresarial que requieren herramientas cuantitativas y modelización formal. Sin embargo, toda asignatura de economía necesita en mayor o menor medida el razonamiento lógico deductivo propio de las matemáticas, por lo que la utilidad de estas actividades puede extenderse a áreas de conocimiento inicialmente más alejadas de las matemáticas como economía pública, marketing, organización de empresas, contabilidad, etc.

Además, estas acciones de mejora docente pueden aplicarse con la misma metodología y estructura a otras materias con diferentes finalidades. Por ejemplo, para crear cursos básicos o cursos cero con determinados contenidos de los grados que son necesarios para estudios de postgrado (másteres, estudios propios...), para reforzar la docencia de cualquier asignatura presencial de grado e incluso para impartir asignaturas no presenciales.

Este tipo de actividades exige al docente un replanteamiento de la metodología tradicional, aprovechando la capacidad de la tecnología de la información y de la comunicación para penetrar en el ámbito de la docencia. Pero también es necesario un cambio de actitud en el estudiante, apostando por una aprendizaje más activo y crítico que aproveche adecuadamente la información disponible, frente a un aprendizaje basado únicamente en la repetición de la información aportada por el profesor.

Por último queremos señalar que la realización de este trabajo nos ha hecho reflexionar en la línea de las nuevas propuestas educativas, en la revisión personal de las teorías y prácticas docentes y en el planteamiento de un nuevo modelo del proceso de aprendizaje. Es nuestro propósito ampliar y reformar este trabajo en el futuro basándonos en las nuevas necesidades, tanto conceptuales como metodológicas, que se planteen.

### **Agradecimientos**

Las autoras agradecen los comentarios y recomendaciones realizados por los evaluadores. Asimismo, desean agradecer a la Universidad de Zaragoza la financiación recibida en diversos Proyectos de Innovación Docente, así como las numerosas sugerencias realizadas por los usuarios de los materiales *online* presentados en este trabajo.

## REFERENCIAS

- Cámara, A., Garrido, R. y Tolmos, P. (2005). *Curso Básico de Matemáticas para el Acceso a la Universidad*. Madrid: Delta Publicaciones Universitarias.
- García, P., Núñez Del Prado, J.A. y Sebastián, A. (2007). *Iniciación a la Matemática Universitaria, curso 0 de matemáticas*. Madrid: Thomson.
- Jarne, G., Pérez Grasa, I. y Minguillón, E. (1997). *Matemáticas para la Economía. Álgebra Lineal y Cálculo Diferencial*. Madrid: Ed. McGraw-Hill.
- Minguillón, E., Pérez Grasa, I. y Jarne, G. (2004). *Matemáticas para la Economía. Libro de ejercicios. Álgebra Lineal y Cálculo Diferencial*. Madrid: Ed. McGraw-Hill.
- Ortega, J.F. y Ortega, J.A. (2002). “Lenguaje Matemático: Una Experiencia en los Estudios de Economía de la UCLM”. *Documento de Trabajo de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de Albacete*. Universidad de Castilla-La Mancha.
- Tarzia, D. A. (2000). *Curso de Nivelación de Matemática*. Madrid: Ed. McGraw-Hill.
- VVAA (2001). *Microsoft FrontPage 2002 Paso a Paso*, Madrid: Ed. McGraw-Hill.
- Wolfram, S. (1991). *Mathematica: A System for Doing Mathematics by Computer*. Reading: Ed. Addison Wesley.

## Abstract

The goal of this paper is to show different experiences and materials which have been developed during the last years in order to solve some problems detected in the teaching of mathematics for Economics and Business students. The European Space for Higher Education promotes the use of the new technologies in the teaching performance, mainly those encouraging our students to become autonomous learners. For this reason we have developed several teaching materials which once presented in different virtual platforms intend to make the autonomous Maths study easier. In addition, they aim to provide support for the teaching and research of Economics and Business subjects when using quantitative tools and deductive reasoning to a greater or lesser extent. These materials have been put into practice in several teaching experiences with satisfactory results. Furthermore, the structure and methodology used in these experiences can serve as a basis for the development of similar actions in other areas of knowledge

**Key Words:** Learning from mistakes, autonomous learning, pre-sessional course, economics, Mathematics, virtual platforms.

**JEL Codes:** A20, C00