

## **Oferta de trabajo y análisis impositivo con el ordenador: tutorial y actividad práctica**

Elena Del Rey  
José I. Silva

[elena.delrey@udg.edu](mailto:elena.delrey@udg.edu)  
[jose.silva@udg.edu](mailto:jose.silva@udg.edu)

*Departamento de Economía, Universitat de Girona. Facultat de Ciències Econòmiques i Empresarials  
Campus de Montilivi, 17071, Gerona, España.*

Recibido: 14 de noviembre de 2011  
Aceptado: 11 de junio de 2012

---

### **Resumen**

En el presente documento proponemos un ejercicio tutorial y una práctica docente que permita al estudiante a asimilar y entender mejor el concepto de exceso de gravamen o pérdida irre recuperable de eficiencia asociada a la imposición. Para ello planteamos, en primer lugar, un modelo de elección individual entre ocio y trabajo/consumo. Centrándonos en el individuo representativo, estudiamos su elección de horas de trabajo en ausencia de impuestos. A continuación, introducimos un impuesto proporcional sobre la renta del trabajo y, alternativamente, un impuesto de suma fija capaz de generar una recaudación igual. Verificamos que el impuesto proporcional siempre deja al individuo con un nivel de bienestar inferior respecto al escenario del impuesto de suma fija, es decir, que el impuesto proporcional genera una pérdida irre recuperable de eficiencia. Aunque la resolución manual del problema es factible, proponemos utilizar la herramienta Solver de Excel. Esto nos permite jugar de manera más ágil con los valores de los diferentes parámetros y verificar que hay pérdida de eficiencia independientemente de que el individuo decida trabajar más o menos horas en respuesta a la introducción del impuesto sobre la renta del trabajo.

**Palabras clave:** exceso de gravamen, pérdida irre recuperable de eficiencia, oferta de trabajo, Solver-Excel.

**Códigos JEL:** A20, H21

---

### **1. INTRODUCCIÓN**

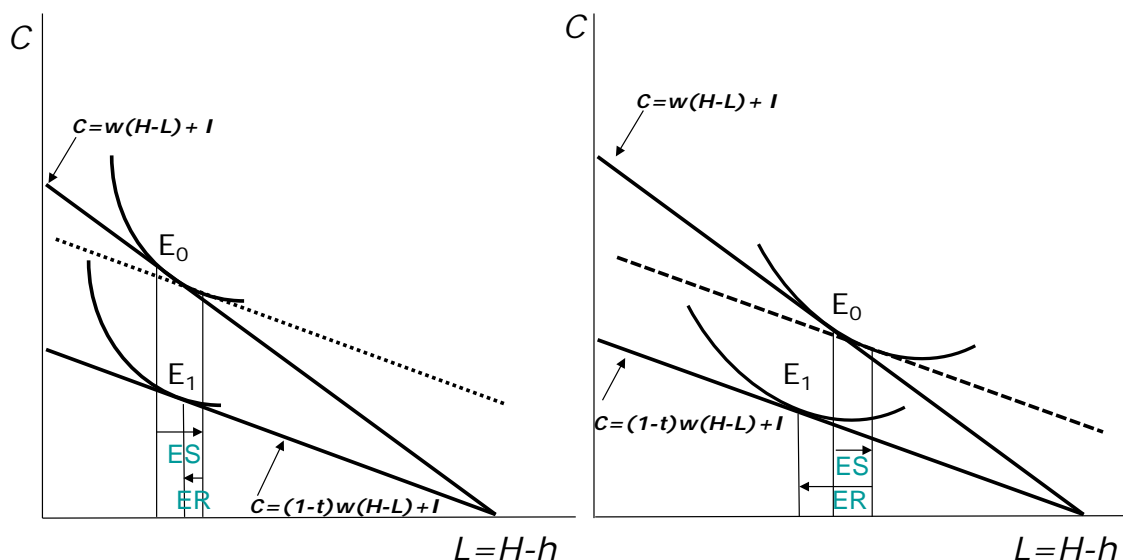
Uno de los principales objetivos de la implementación de los nuevos planes de estudio dentro del Espacio Europeo de Educación Superior, es que el alumno tenga un papel más activo en su proceso de aprendizaje. Lo anterior exige adecuar el método de enseñanza y parte del material docente para lograrlo. La utilización de herramientas informáticas en general y el Excel en particular en la resolución de ejercicios prácticos por parte del estudiante puede ayudar a lograr tal objetivo. Algunos ejemplos son Gilbert and Oladi (2011) y Strulik, (2004).

Por otra parte, en el campo de los estudios relacionados con la economía es importante que junto al análisis teórico el estudiante pueda realizar, en la medida de lo posible, prácticas bajo escenarios simulados que permitan analizar el comportamiento de los agentes en un contexto más acorde con la realidad económica.

En el presente documento proponemos un ejercicio tutorial y una práctica docente que permita al estudiante tener un papel más activo en su proceso de aprendizaje mediante la simulación, con la ayuda del ordenador, de ejercicios relacionados con las decisiones en la asignación del tiempo disponible  $H$ , que los agentes económicos dedican al ocio  $L$  y al trabajo  $h$ , y cuya remuneración será destinada, junto con el ingreso no laboral  $I$ , al consumo  $C$ . También analizaremos cómo la presencia de los impuestos, puede modificar tales decisiones. En particular, analizaremos el caso de un estudiante universitario representativo que, además de estudiar y dormir, puede decidir trabajar algunas horas, aumentando así su consumo, o dedicarlas más bien al ocio. Adicionalmente, el ejercicio permitirá analizar la distorsión que introducen los impuestos sobre la decisión ocio-trabajo/consumo y sus implicaciones en términos de bienestar y eficiencia.

Consideramos importante que en la práctica se trabaje el efecto de los impuestos bajo distintos escenarios de oferta de trabajo. Esto debido a que, generalmente, el estudiante suele asociar el concepto de pérdida irrecuperable de eficiencia generada por los impuestos sobre la renta del trabajo con una reducción en el número de horas trabajadas. Sabemos, sin embargo, que las variaciones en el salario neto de impuestos (por centrarnos en el ejemplo de la renta laboral) provocan un efecto renta y un efecto sustitución de signo contrario sobre la oferta de trabajo.<sup>1</sup> En la Figura 1 podemos ver el efecto de un impuesto  $t$  que reduce el salario neto de  $w$  a  $(1-t)w$ . En el gráfico de la izquierda, el efecto renta es menor que el efecto sustitución y el individuo termina trabajando menos horas. En el de la derecha, ocurre lo contrario. Este resultado opuesto sobre las horas trabajadas lleva al estudiante a hacerse preguntas tales como: ¿Solamente se produce una pérdida irrecuperable de eficiencia cuando se reducen las horas trabajadas? ¿Qué ocurre, en términos de eficiencia, cuando las horas trabajadas aumentan después del impuesto? ¿Es cierto entonces que cualquier impuesto que altere los precios relativos siempre conlleva una pérdida irrecuperable de eficiencia?

Figura 1



La clave para responder a estas preguntas está en que la pérdida irrecuperable de eficiencia generada por los impuestos, denominada *exceso de gravamen*, se debe exclusivamente al efecto sustitución (véase, e.g. Rosen (2005), p. 307). La herramienta más comúnmente utilizada por el profesor para explicar este concepto consiste en comparar, con la ayuda de un gráfico, el efecto que tendría sobre la oferta laboral y el bienestar un impuesto de suma fija que

le quitase al individuo una cantidad de renta equivalente a la que le quita el impuesto sobre la renta laboral, pero sin alterar los precios relativos. Este ejercicio permite mostrar gráficamente que, sea cual sea el tamaño relativo del efecto renta, el individuo termina trabajando menos bajo el impuesto proporcional que bajo el impuesto de suma fija, además de obtener un bienestar menor en el primer caso. Así, la pérdida irrecuperable de eficiencia está asociada, no a que el individuo trabaje menos horas, sino a que trabaja menos horas de lo que lo haría si el impuesto fuera de suma fija.

Una de las limitaciones del análisis gráfico es que el estudiante puede dudar de la generalidad del resultado. En tal sentido, la simulación con la ayuda del ordenador de un ejercicio similar al mencionado en el párrafo anterior le permitirá al estudiante estudiar la reacción de la oferta laboral del individuo a la introducción de los impuestos, así como verificar que la presencia de  $t$  siempre reduce la utilidad del individuo representativo más de lo que lo haría un impuesto de suma fija de recaudación igual. Por tanto, pretendemos que el ejercicio ayude al alumno a asimilar y a retener mejor dicho concepto de pérdida irrecuperable de eficiencia. Además, la agilidad en el cálculo obtenida gracias a la utilización de la herramienta Solver de Excel permitirá verificar la robustez de este resultado para cualquier configuración de los parámetros así como para distintas funciones de utilidad continuas, doblemente diferenciables y estrictamente cuasiconcavas.

## 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA, RESOLUCIÓN Y EXPLICACIÓN

En este apartado introducimos un ejercicio tipo tutorial sobre la oferta de trabajo y el análisis impositivo que permita al estudiante aplicar la teoría vista en clases y familiarizarse con la herramienta Solver de Excel. Una vez completado el tutorial, el estudiante estará en capacidad de resolver la actividad práctica de la sección 3 por su propia cuenta. Aunque el tutorial está diseñado para que el alumno pueda resolverlo por su propia cuenta, el mismo puede ser presentado y contextualizado por el profesor en clase. Este tutorial requiere una dedicación aproximada de una hora.

Consideramos un individuo que percibe una renta laboral por hora trabajada  $w$  (que bajo la hipótesis de competencia perfecta, que hacemos, es igual a su productividad), y una renta no laboral  $I$ . Dispone de una cantidad de tiempo total  $H$  que puede distribuir entre trabajo  $b$  y ocio  $L$ . Por tanto, el individuo se enfrenta a la siguiente restricción relacionada con el uso del tiempo disponible,  $L+b=H$ . El trabajo le permite obtener una renta laboral igual a su salario multiplicado por el tiempo dedicado al trabajo  $b$ . La renta (laboral y no laboral) se dedica a la obtención de un único bien de consumo,  $C$ , que actúa como numerario, de manera que su precio es 1. Así, la restricción presupuestaria a la que se enfrenta el individuo es la siguiente:

$$C = wh + I . \quad (1)$$

Por último, el individuo tiene la siguiente función de utilidad:

$$U(C, H - h) = [\ln(C) + \gamma \ln(H - h)] \times 10^2 . \quad (2)$$

donde el parámetro  $\gamma$  representa la preferencia relativa del ocio frente al consumo. Si sustituimos el consumo en la función de utilidad utilizando la restricción presupuestaria (1), el individuo debe maximizar la siguiente función de utilidad:

$$\text{Max } [\ln(wh + I) + \gamma \ln(H - h)] \times 10^2, \quad (3)$$

mediante la elección de su oferta laboral  $h$ .

A continuación, vamos a resolver el problema de optimización utilizando la herramienta Solver de Excel. Al abrir la hoja de Excel, lo primero que debemos hacer es introducir valores a los parámetros en las celdas que van desde \$C\$4 hasta la \$C\$7. Consideramos que se trata de un estudiante que percibe una renta laboral de seis euros por hora trabajada  $w=6$  y una renta no laboral  $I=550$  euros que percibe de sus padres. Dispone de una cantidad de tiempo mensual total  $H=360$ .<sup>2</sup> Además asumimos que valora más el ocio que el consumo  $\gamma=1,5$ . Posteriormente incluimos las variables  $h$  y  $C$  en las celdas \$C\$10 y \$C\$11 y le asignamos valores iniciales arbitrarios (aunque es importante que tengan sentido económico) y, finalmente, la función objetivo o función de utilidad (3) en la celda \$C\$16. La figura 2 presenta la información introducida en la hoja de Excel.

Figura 2

	A	B	C
3		<b>Parámetros</b>	
4		$\gamma$	1.5
5		$w$	6
6		$H$	360
7		$I$	550
8			
9		<b>Variables</b>	
10		$h$	50
11		$c=wh+I$	850
12			
13			
14			
15		<b>Función Objetivo</b>	
16		$U=(\ln(wh+I)+\gamma \cdot \ln(T-h)) \cdot 10^2$	1535
17			

Seguidamente, se debe abrir el Solver de Excel y definir las celdas correspondientes en el problema tal y como aparece en la Figura 3. Esto es, la celda objetivo es la \$C\$16 (que corresponde a la función de utilidad) y seleccionamos la opción de “Máximo”. Luego, en la casilla “Cambiando celdas” introducimos el valor inicial de 50 correspondiente a las horas trabajadas,  $h$ , (ver celda \$C\$10). Finalmente, seleccionamos la opción “resolver”. Es importante destacar que el Solver resuelve el problema de maximización tomando como punto de partida el valor  $h=50$  que hemos escogido arbitrariamente. La figura 4 muestra la solución del problema de optimización.

Figura 3

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
3		<b>Parámetros</b>							
4		$\gamma$	1.5						
5		$w$	6						
6		$H$	360						
7		$I$	550						
8									
9		<b>Variables</b>							
10		$h$	50						
11		$c=wh+I$	850						
12									
13									
14									
15		<b>Función Objetivo</b>							
16		$U=(\ln(wh+I)+\gamma \cdot \ln(T-h)) \cdot 10^2$	1535						
17									
18									

**Parámetros de Solver**

Celda objetivo: \$C\$16

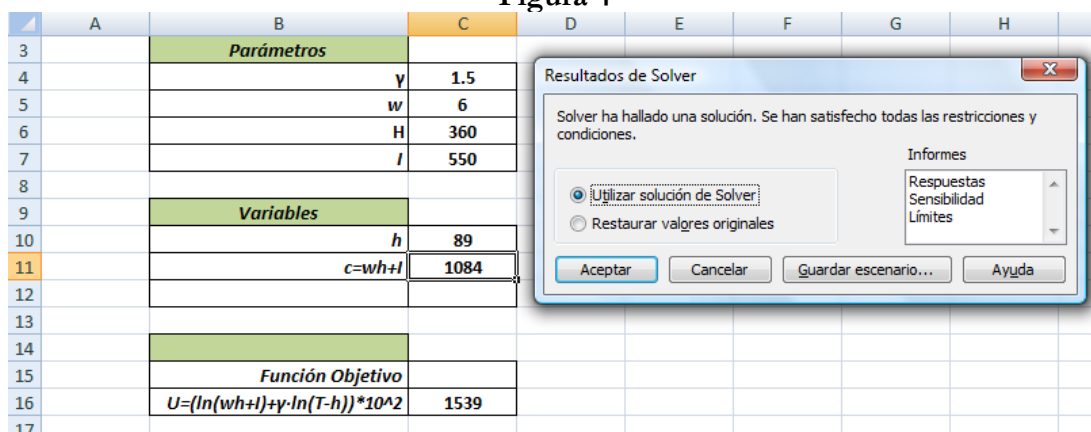
Valor de la celda objetivo:  Máximo  Mínimo  Valores de: 0

Cambiando las celdas: \$C\$10

Sujetas a las siguientes restricciones:

Regolver Cerrar Opciones... Restablecer todo Ayuda

Figura 4



En la Figura 4 podemos ver que el estudiante decide trabajar 89 horas (unas tres horas por día) lo cual le genera una renta laboral de 534 euros,  $wh=534$ , que sumados a la renta no laboral,  $I=550$ , le permite consumir el equivalente a 1084 euros al mes. Finalmente, el nivel de bienestar óptimo es de 1539 unidades de utilidad.

Cabe preguntarse cuál es la respuesta de la oferta de trabajo a cambios en el salario para distintos niveles de salarios. El cuadro 1 muestra los resultados de las simulaciones en el Solver para distintos niveles de  $w$ . Para ahorrar espacio, no se muestran las figuras de la hoja de Excel. Cuando los salarios son inferiores a los 250 euros la hora, la oferta de trabajo se encuentra en el tramo creciente, lo cual indica que el efecto sustitución domina al efecto renta. Por el contrario, por encima de los 250 euros la hora, observamos que las horas trabajadas no son sensibles a cambios en el salario. En este tramo inelástico de la curva de oferta de trabajo los efectos renta y sustitución se anulan.

Cuadro 1: Respuesta del estudiante a distintos niveles de  $w$ 

Escenarios	$H$	$U$
$w=6$	89	1539
$w=25$	131	1640
$w=50$	137	1702
$w=100$	141	1768
$w=200$	142	1835
$w=250$	143	1857
$w=300$	143	1875

A continuación vamos a introducir un impuesto proporcional sobre la renta del trabajo  $t$ . La restricción presupuestaria del individuo es ahora:

$$C = (1 - t)wh + I. \quad (4)$$

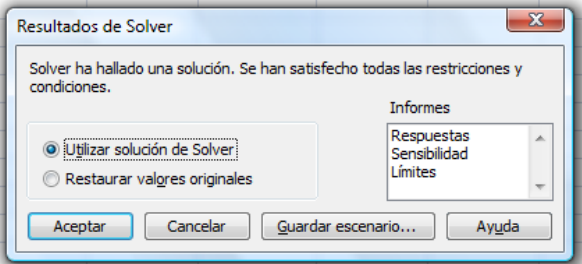
Sustituyendo esta nueva restricción presupuestaria (4) por el consumo  $C$  en la función de utilidad (2), el problema de maximización resultante es

$$\text{Max}[\ln((1 - t)wh + I) + \gamma \ln(H - h)] \times 10^2. \quad (5)$$

Ahora, resolvemos nuevamente problema de optimización utilizando la herramienta Solver de Excel. Pero en esta ocasión introduciremos un impuesto del 30%,  $t=0.3$ , sobre la renta laboral en la celda  $\$C\$8$ . Igualmente, es necesario introducir  $t$  en la restricción presupuestaria y en la función de utilidad que aparecen en las celdas  $\$C\$12$  y  $\$C\$17$ . Finalmente, se debe abrir nuevamente el Solver de Excel y seleccionar la opción “resolver”. La Figura 5 muestra los resultados del ejercicio.

Figura 5

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3		<b>Parámetros</b>						
4		$\gamma$	1.5					
5		$w$	6					
6		$H$	360					
7		$I$	550					
8		$t$	0.3					
9								
10		<b>Variables</b>						
11		$h$	65					
12		$C=(1-t)wh+I$	825					
13								
14								
15		<b>Función Objetivo</b>						
16								
17		$U=(\ln((1-t)wh+I)+\gamma \ln(H-h)) \times 10^2$	1524					



Solver ha encontrado una solución diferente al escenario sin impuestos que aparece en la Figura 4. Con la presencia de  $t$ , el individuo ha decidido trabajar 65 en vez de 89 horas al mes antes del impuesto. También podemos apreciar que la utilidad del individuo se ha visto disminuida desde  $U=1539$  con  $t=0$  hasta  $U=1524$  unidades de utilidad con  $t=0.30$ . Esta reducción en las horas trabajadas tiene lugar debido a que el estudiante se encuentra en un tramo de la oferta de trabajo con pendiente positiva. Esto es, el efecto sustitución domina al efecto renta con lo cual una disminución en el salario después del impuesto lleva al individuo a trabajar menos horas.

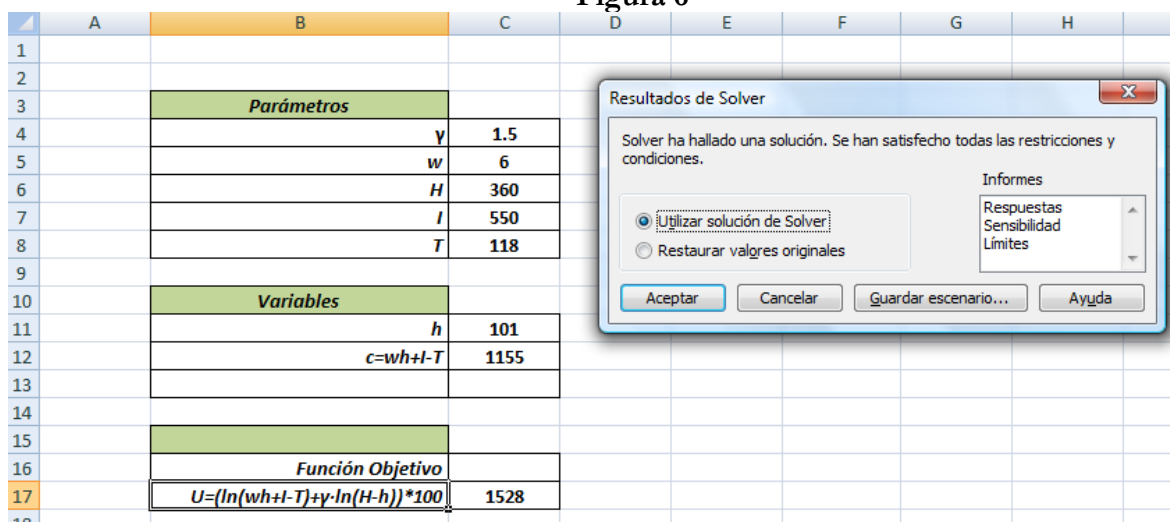
A continuación analizamos que ocurriría si el impuesto sobre la renta laboral,  $t$ , es sustituido por un impuesto equivalente de suma fija,  $T$ . Ello nos obliga a redefinir tanto la restricción presupuestaria como el problema de maximización de la siguiente forma:

$$C = wh + I - T, \quad (6)$$

$$\text{Max}[\ln(wh + I - T) + \gamma \ln(H - h)] \times 10^2. \quad (7)$$

Para poder introducir el impuesto con recaudación equivalente, reemplazamos a  $t$  en la celda  $\$C\$8$  por  $T=118$ , que es equivalente a la recaudación obtenida con  $t=0,30$  y  $w=6$ , cuando el individuo trabaja 65 horas ( $wh=118$  euros). A continuación, introducimos  $T$  en la restricción presupuestaria y en la función de utilidad que aparecen en las celdas  $\$C\$12$  y  $\$C\$17$ . Finalmente, se debe abrir el Solver de Excel y seleccionar la opción “resolver”. La Figura 6 muestra los resultados del ejercicio.

Figura 6



Solver ha encontrado una solución distinta al escenario del impuesto proporcional a la renta laboral  $t$  que resumimos en la Figura 5. La presencia de  $T=118$  hace que el individuo decida trabajar  $h=101$ . Lo más destacable del ejercicio es que la utilidad resultante  $U=1528$  es mayor a la utilidad generada por el impuesto proporcional a la renta  $U=1524$ . Por tanto, podemos ver que al remplazar un impuesto de suma fija por un impuesto proporcional a la renta laboral, ambos con una recaudación equivalente, se produce una pérdida eficiencia. Esto es, a pesar de que el gobierno recauda la misma cantidad de dinero con ambos impuestos, el impuesto de suma fija con recaudación equivalente le reporta una mayor utilidad al estudiante.

Es fácil comprobar que la pérdida de eficiencia también tiene lugar en el tramo inelástico de la curva de trabajo. Tal como se puede apreciar en el cuadro 2, el impuesto proporcional sobre la renta laboral genera una pérdida de bienestar superior al impuesto de suma fija. Por ejemplo, en el segmento relativamente inelástico de la curva de oferta de trabajo ( $w=300$ ), el impuesto  $t=0,30$  genera una utilidad  $U=1840$ , menor al caso del impuesto de suma fija con recaudación equivalente  $T=12819$  ( $U=1844$ ).

**Cuadro 2: Escenarios impositivos en distintos tramos de la oferta de trabajo**

Escenarios en el tramo creciente de la oferta ( $w=6$ )	$h$	$U$
Sin impuestos	89	1539
$t=0,30$	65	1524
$T= 118$	101	1528
Escenarios en el tramo inelástico de la oferta ( $w=300$ )	$h$	$U$
Sin impuestos	143	1875
$t=0,30$	142	1840
$T=12819$	169	1844

### 3. ACTIVIDAD PRÁCTICA

Una vez que el estudiante haya realizado el tutorial de la sección anterior, a continuación proponemos una actividad práctica a realizar fuera del aula. Esta actividad requiere una dedicación de unos 90 minutos aproximadamente.

#### Enunciado

Considera un estudiante que percibe una renta laboral por hora trabajada de seis euros,  $w=8$ , y una renta no laboral de 550 euros al mes,  $I=550$ , que percibe de sus padres. Dispone de una cantidad de tiempo mensual total  $H=360^3$  que puede distribuir entre trabajo  $h$  y ocio  $L$ . Este estudiante tiene el siguiente problema de maximización, que resuelve mediante la elección de su consumo  $C$  y de su oferta laboral  $h$ :

$$\text{Max } U = \{[0,01 - (H - h)^{-1} - (C)^{-1}] \times 10^5\}.$$

$$\text{sujeto a } C = wh + I.$$

1. Escribe la función de utilidad de tal forma que el individuo solamente tenga que elegir las horas a trabajar.

Respuesta:  $U = \{[0,01 - (H - h)^{-1} - (wh + I)^{-1}] \times 10^5\}.$

Abre la hoja de Excel e introduce los parámetros con sus valores en las celdas que van desde  $\$C\$4$  hasta la  $\$C\$7$ . Después, incluye las variables  $h$  y  $c$  en las celdas  $\$C\$11$  y  $\$C\$12$  y asígnales valores iniciales arbitrarios (aunque es importante que tengan sentido económico). Finalmente, escribe la función objetivo o función de utilidad en la celda  $\$C\$17$ .

Abre el Solver de Excel y escribe en la celda objetivo la  $\$C\$17$  (que corresponde a la función de utilidad de la pregunta 1) y selecciona la opción de “Máximo”. Luego, en la casilla “Cambiando celdas” introduce el valor inicial que hayas dado a las horas trabajadas.

Finalmente, selecciona la opción “resolver”. No utilices decimales en las celdas.

2. ¿Cuántas horas decide trabajar el estudiante universitario en ausencia de impuestos?

Respuesta: 43 horas.

3. ¿Qué nivel de utilidad tiene el individuo en ausencia de impuestos?

Respuesta: 573 unidades de utilidad.

Ahora vamos a introducir un impuesto sobre la renta del 30%:  $t=0.3$ .

4. Escribe la nueva restricción presupuestaria del estudiante

Respuesta:  $C = (1 - t)wh + I$



Introduce  $t$  en la función de utilidad y repite la operación anterior.

5. ¿Cuántas horas decide trabajar el individuo en presencia del impuesto?

Respuesta: 38 horas

6. ¿Qué nivel de utilidad tiene ahora el individuo?

Respuesta: 558 unidades de utilidad

7. ¿A cuánto asciende la recaudación obtenida? O ¿Cuánto paga el estudiante en impuestos?

Respuesta:  $twb=91$

Por último, veamos qué ocurre si al estudiante le quitamos directamente esa cantidad. Para ello, redefine la restricción presupuestaria y el problema de maximización. Vuelve a calcular la oferta laboral.

8. ¿Cuántas horas decide trabajar el estudiante si el impuesto es de suma fija? Compáralas las resultantes en los otros casos: ¿qué puedes concluir?

Respuesta: El estudiante trabaja ahora 52 horas al mes. Trabaja más que en ausencia de impuestos porque el impuesto de suma fija sólo tiene efecto renta. Trabaja también más que en presencia de un impuesto sobre la renta laboral que le quite la misma renta.

9. ¿Qué nivel de utilidad tiene el individuo? Compáralo con el nivel resultante de los otros casos: ¿qué puedes concluir?

Respuesta: El impuesto sobre la renta laboral del 30% comporta una pérdida de utilidad mayor que un impuesto de suma fija que recaude la misma cantidad. La utilidad en el caso del impuesto de suma fija es  $U=561$

Cambia ahora el valor del parámetro  $w$  y dale el valor 50. Repite todo el ejercicio.

10. ¿Qué ha cambiado?

Respuesta: En este caso, domina el efecto renta, de manera que el estudiante trabaja más en respuesta a la introducción del impuesto sobre la renta laboral. Aún así, sigue trabajando menos que cuando el impuesto es de suma fija, que sólo tiene efecto renta. La utilidad sigue siendo mayor en presencia del impuesto de suma fija.

11. ¿Cómo lo explicas?

Respuesta: La pérdida de eficiencia está asociada al efecto sustitución. Cuando este es menor que el efecto renta el impuesto sobre la renta laboral hace que el estudiante trabaje más. Aún así, este impuesto sigue desincentivando el trabajo relativamente a un impuesto de suma fija que recaude la misma cantidad. Y dando lugar a un nivel de bienestar menor.

## Notas

---

<sup>1</sup> Si cae el salario el individuo es más pobre y quiere trabajar más horas (efecto renta) pero le pagan menos por hora y quiere, en consecuencia, trabajar menos horas (efecto sustitución).

<sup>2</sup> A las 24 horas que tiene un día le hemos restado 8 de sueño y 4 de clases presenciales en la universidad.

<sup>3</sup> A las 24 horas que tiene un día le hemos restado 8 de sueño y 4 de clases presenciales en la universidad.

## REFERENCIAS

Gilbert, J. and Oladi, R. (2011). “Excel Models for International Trade Theory and Policy: An Online Resource”, *The Journal of Economic Education*, **42 (1)**: 95.

Rosen, H. (2005). *Public Finance*, 7th ed. New York: McGraw-Hill Irwin.

Strulik, H. (2004). “Solving Rational Expectations Models Using Excel”, *The Journal of Economic Education*, **35(3)**: 269-283.

## Abstract

In this document we propose a tutorial designed to allow students to assimilate and understand the concept of excess burden or deadweight loss associated with taxation. To this end, we first present a model of individual choice between leisure and work/consumption. Focusing on the representative individual, we study the choice between work and leisure time in the absence of taxes. Then, we introduce a proportional tax on labor income and, alternatively, a lump sum tax able to generate the same revenue. We verify that the proportional tax always leaves the individual with a lower level of utility than the lump sum tax, i.e. that the proportional tax generates a deadweight loss. Although the manual resolution of the problem is feasible, we propose using the Excel Solver tool. This allows us to play with the values of the parameters and verify that the proportional tax imposes a loss of efficiency regardless of whether the individual chooses to work more or fewer hours in response to the introduction of the labor income tax.

**Keywords:** excess burden, deadweight loss, labor supply, Solver-Excel.

**JEL classification:** A20, H21